

## MAT2410 : TP 8

**Problème 1.** Soit

$$\omega_1 = x^2y dx + 2z^3y dy + xz dz \in \Omega^1(\mathbb{R}^3)$$

et soit

$$\omega_2 = yz dx \wedge dy - 3z^2 dx \wedge dz \in \Omega^2(\mathbb{R}^3).$$

Calculez  $\omega_1 \wedge \omega_2$ ,  $d\omega_1$  et  $d\omega_2$ .

**Problème 2.** Soit

$$\varphi(x, y, z) = xyz + 3x^2 - 2y^2z^2$$

une application  $\varphi: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  et soit

$$F = (3x, -y, 2z^2 + y - 1)$$

un champ vectoriel sur  $\mathbb{R}^3$ . Calculez  $\nabla\varphi$ ,  $\operatorname{div} F$ ,  $\operatorname{rot} F$ ,  $\operatorname{rot} F \times \nabla\varphi$  et  $\operatorname{div}(\operatorname{rot} F)$ .

**Problème 3.** Soit  $\phi(x_1, x_2) = (x_1^3, x_1^2x_2, x_1x_2^2, x_2^3)$ . Calculez

(i)  $\phi^*(y_1 + 3y_2 + 3y_3 + y_4)$  ;

(ii)  $\phi^*dy_1$ ,  $\phi^*dy_2$ ,  $\phi^*dy_3$ ,  $\phi^*dy_4$  ;

(iii)  $\phi^*(dy_2 \wedge dy_3)$

**Problème 4.** On considère les coordonnées sphériques sur  $\mathbb{R}^3$

$$\Phi(r, \theta, \phi) = (r \cos \theta \cos \phi, r \sin \theta \cos \phi, r \sin \phi).$$

Calculez  $\Phi^*\alpha$  pour les formes suivantes  $\alpha$  :

$$dx, dy, dz, dx \wedge dy, dx \wedge dz, dy \wedge dz, dx \wedge dy \wedge dz.$$